МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Фізико-математичний факультет

ЗАТВЕРДЖУЮ
Декан фізико-математичного
факультету
____________ В.В. Ванін
(підпис)
«____»___________ 2020 р.

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

(назва навчальної дисципліни)

111
(шифр за ОП)

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

спеціальність 111 «Математика»
(шифр і назва)

освітні програми Страхова та фінансова математика та Математичні та комп’ютерні методи в моделюванні динамічних систем
(ОПП/ ОНП, назва)

Ухвалено методичною комісією
фізико-математичного факультету
Протокол від________2020 р. №__
Голова методичної комісії
________ Н.В. Рева
«____»___________ 2020 р.

Київ – 2020

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Доцент, доктор фіз.-мат. наук Горбачук Володимир Мирославович __________
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Програму затверджено на засіданні кафедри

математичної фізики
(повна назва кафедри)

Протокол від «_ _»_______ 2020 року № ___

Завідувач кафедри

________________ В.М.Горбачук
(підпис)

«____»___________ 2020 р.

Вступ

Програму навчальної дисципліни ___Лінійна алгебра___
(назва навчальної дисципліни)

складено відповідно до освітньої програми ______________
(ОПП/ОНП, назва)

___першого (бакалаврського)___ рівня вищої освіти
(рівень вищої освіти)

спеціальності ___111 «Математика»___.
(код і назва спеціальності)

спеціалізації ______________.
(назва спеціалізації)

Навчальна дисципліна належить до циклу ___загальної підготовки___.
(загальної / професійної підготовки)

Статус навчальної дисципліни ___обовязкова___.
(обов'язкова / вибіркова)

Обсяг навчальної дисципліни ___9___ кредитів ЄКТС.

Міждисциплінарні зв'язки: навчальна дисципліна ___Лінійної алгебри___ має зв'язок з наступними навчальними дисциплінами у програмі підготовки фахівця: Математичний аналіз, аналітична геометрія .

Курс лінійної алгебри є фундаментальним курсом в підготовці математичної освіти . Він потрібний при вивченні подальших курсів таких як топологія, диференціальні рівняння, динамічні системи, функціональний аналіз та теорія ймовірностей.

1.Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Мета навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:

- до логічного мислення, формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей;
- до необхідної інтуїції та ерудиції у доведенні математичних тверджень, розв'язанні задачі.

1.2. Основні завдання навчальної дисципліни.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

знання: властивості матричного числення, уміти розв’язувати системи лінійних рівнянь, теорія многочленів та їх властивості, лінійні простори та основні теореми про структуру лінійних просторів, λ матириці, лінійні оператори їх властивості, квадратичні форми, приведення до канонічного вигляду.

досвід: навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками і т. п..

2. Зміст навчальної дисципліни

1. Означення лінійного простору, основні властивості та аксіоми. Приклади лінійних просторів.
2. Лінійна залежність та незалежність системи векторів в лінійному просторі. Приклади лінійно залежних та незалежних систем векторів. Поняття повної системи та базису. Розмірність простору. Приклади базисі, ортонормовані базиси, процес ортогоналізації. Поняття ортогонального доповнення.
3. Матриці операції над матрицями, обернена матриця знаходження оберненої матриці. Визначник матриці, властивості визначників та пособи обчислення. Ранг матриці знаходження рангу матриці. Системи лінійних рівнянь однорідні та неоднорідні теорема Кронеккера-Капеллі , фундаментальна система розв’язків лінійної системи. Метод Гауса Крамера та матричний метод. Матриця переходу між базисами, Зв’язок між координатами в різних базисах.
4. Підпростір, приклади підпросторів, розмірність підпростору, лінійна оболонка утворена системою векторів . Сума підпросторів, розмірність суми підпросторів. Теорема про пряму суму підпросторів.
5. Лінійні відображення (оператори) властивості лінійних операторів, норма оператора знаходження норми оператора, приклади операторів. Ядро та образ оператора. Спряжений оператор та самоспряжений оператор, унітарний оператор. Морфізми, епіморфізми, розмірність простору. Ізоморфізм лінійних просторів. Теорема про ізоморфізм просторів одинакової розмірності.
6. Простори лінійних функціоналів як саряжений до лінійного простору. Другий спряжений простір ізоморфізм між лінійним простором та другим спряженим.
7. Лінійні оператори, означення та приклади. Матриця лінійного оператора, невироджений оператор та відповідна матриця. Перетворення матриці при переході від одного базису до іншого. Подібні матриці. Дії з оператором.
8. Інваріантні підпростори. Приклади інваріантних підпросторів. Будова матриці оператора в спеціальному базисі. Звідний оператор, структура матриці в спеціальному базисі. Пряма сума операторів.

9. Власні значення та власні вектори лінійного оператора. Лінійна незалежність власних векторів, що відповідають різним власним значенням. Інваріантність власних підпросторів. Критерій діагоналізації матриці лінійного оператора.
10. Характерестичний мночлен оператора. Власні значення як корені характерестичного многочлена. Алгебраїчна і геометрична кратність кореня. Критерій діагоналізуємості в термінах коренів характеристичного многочлена.
11. Нільпотентний оператор, його властивості. Існування одномірного чи двохмірного інваріантного підпростору у всякого лінійного оператора в дійсному просторі. Приклади нільпотентних . Поняття Жорданової нормальної форми і Жорданового базису. Теорема про Жорданову нормальну форму. Теорема Гамільтона-Келі.
12. Білінійні форми. Приклади білінійних форм. Матриця білінійної форми базисі, закон її перетворення при переході до нового базису. Квадратична форма та її матриця в базисі. Зв'язок квадратичний та білінійних форм. Зв'язок матриць квадратичних форм в різних базисах.
13. Зведення матриці квадратичної до канонічного виду методом Лагранжа. Нормальний вид квадратичної форми. Індекси інерції, закон інерції. Теорема Якобі про зведення квадратичної форми до канонічного виду. Додатньо визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра додатньо визначенності. Визначники Грамма, їх властивості. Нерівність Коші-Буняковського.
14. Евклідові та нормовані простори. Означення та приклади. Довжина вектора кут між векторами. Ортогональні та ортонормовані системи векторів їх властивості. Ортогональні матриці, ортогональні матриці переходу між ортонормованими базисами. Ортогональне доповнення в евклідовому просторі. Загальний вигряд лінійного функціоналу в евклідовому просторі.
15. Лінійні відображення і ізоморфізми евклідових просторів. Теорема про ізоморфізм. Спряжений оператор, його властивості. Самоспряжений оператор, властивості структура матриці самоспряженого оператора в певному базисі.
16. Ізометричні ператори, властивості ізометричних операторів , канонічний вид матриці ізометричного оператора. Невідємні оператори. Теорема про представлення оператора як композиції невіємного та ізометричного операторів.
17. Квадратичні форми в евклідовому просторі. Зведення квадратичної форми до головних осей ортогональним перетворенням.

3. Заплановані види навчальної діяльності та методи навчання

Заплановано лекції, практичні заняття, модульна контрольна робота та домашня контрольна робота.

Використовуються методи проблемного навчання, частково-пошуковий, евристична бесіди і дослідницький метод.

Рекомендована тематика практичних занять

На практичних заняттях студенти застосовують подані в лекціях методи розв'язування типових задач. Викладач акцентує типові прийоми і оптимальні підходи.

Рекомендовані індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання складаються з задач які даються для самостійної роботи.

4. Оцінювання результатів навчання

5.

Семестрова атестація проводиться у вигляді екзамену. Для оцінювання результатів навчання застосовується 100-бальна рейтингова система і університетська шкала.

6. Рекомендована література

Основна

1.Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1968.
2. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. - М.: Наука, 1999.

3. Ильин В.А., Ким Г.Б. Линейная алгебра. - М.: Изд-во МГУ, 1998.
4. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 1984.
5. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Изд-во МГУ, 1990.
6. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. - М.: Техиздат, 1956 (и последующие издания).